Questões

1) a) Escreva as equações de Maxwell de forma diferencial e descreva o que representa cada uma delas.

b) Use as equações de Maxwell para chegar à equação de onda no vácuo do Campo elétrico e escreva a equação unidimensional.

c) Descreva a expressão tridimensional do campo elétrico de uma onda plana e mostre que ela é solução da equação de onda.

a) $\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho$ LEI DE GAUSS — CARGAS LIVRES GERAM CAMPO ELÉTRICO DIVERGENTE

$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$ — NÃO EXISTEM MONOPOLOS MAGNÉTICOS NA NATUREZA

$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \varepsilon\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}$ LEI DE AMPERE — CARGAS EM MOVIMENTO E/OU CAMPOS ELÉTRICOS QUE VARIAM NO TEMPO GERAM CAMPOS MAGNÉTICOS ROTACINAIS

$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$ LEI DE FARADAY CAMPOS MAGNÉTICOS QUE VARIAM NO TEMPO GERAM CAMPOS ELÉTRICOS ROTACIONAIS

b) $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\times\vec{B}$

$\vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\cdot\vec{E}) - \nabla^2\vec{E} = -\dfrac{\partial}{\partial t}\left(\mu\vec{J} + \mu\varepsilon\dfrac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$

NO VÁCUO $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$ JÁ QUE $\rho = 0$

E $J = 0$ $\mu = \mu_0$ E $\varepsilon = \varepsilon_0$

ASSIM $\nabla^2\vec{E} = \mu_0\varepsilon_0\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$ EQUAÇÃO DE ONDA

CONSIDERANDO VARIAÇÕES SÓ NA DIREÇÃO z SENDO UMA ONDA TRANSVERSAL

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

c) $\vec{E} = E_0 \, e^{j(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})} \, \hat{a}_x$

$\dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} = 0$ $\quad \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} = 0$ $\quad \dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = -k_z^2 \vec{E}$

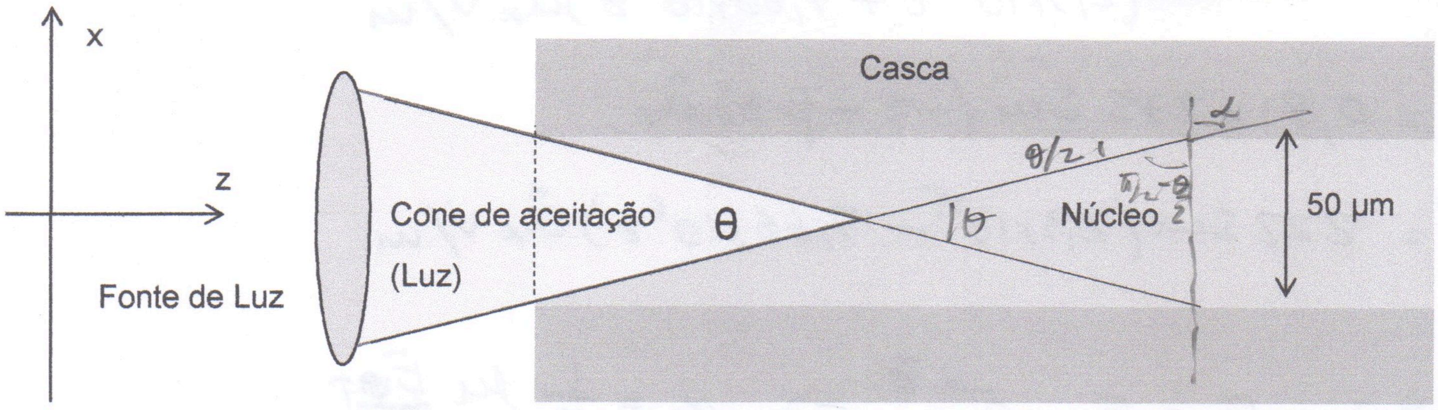
SÓ VARIA EM Z

$\dfrac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E}$

$-k_z^2 \vec{E} = -\omega^2 \vec{E} \Rightarrow \dfrac{\omega^2}{k_z^2} = \dfrac{1}{v^2}$

OBEDECE A EQUAÇÃO DA ONDA QUE SÓ PROPAGA NA DIREÇÃO Z.

2) Uma fibra óptica é constituída de um núcleo de material transparente para a luz com índice de refração 1,48 e uma casca cilíndrica, também transparente, com um índice de refração 1,465. Uma fonte de luz é colocada na frente da entrada da fibra fazendo com que a luz entre em forma de cone (cone de aceitação), como mostra a figura.



a) Qual o ângulo máximo do cone de aceitação (θ) para que toda a luz se propague na fibra usando o princípio do ângulo limite, isto é, não refrata pela casca.

b) Considerando o meio externo ar e uma luz de comprimento de onda 0,82 μm incidindo perpendicularmente à superfície da fibra com uma densidade de potência média de $100 W.m^2$, escreva a equação do campo elétrico incidente com polarização na direção x. vetor

c) Escreva as equações dos campos elétricos, refletido e refratado, na fibra. (considere na fibra $\mu = \mu_0$)

d) Se considerarmos uma perda de 3dB/Km para esta luz, ache o valor de alfa e analise se podemos considerar este meio como meio com perda.

a) $\sin(90° - \frac{\theta}{2}) \cdot n_1 = \sin\alpha \, n_2 \qquad \alpha = \pi/2$

$\sin(90° - \frac{\theta}{2}) = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,465}{1,48} = 0,9899 \qquad \underline{\theta \sim 16°}$

b) $P_{méd} = \frac{E_0^2}{2\eta_0} \qquad E_0 = \sqrt{P_{méd}\, 2\eta_0} = \sqrt{100 \times 2 \times 377} = 275 \, V/m$

$\lambda = 0,82 \times 10^{-6} m \qquad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0,82 \times 10^{-6}} = 7,66 \times 10^{6} \, rad/m$

$= 7,66 \, rad/\mu m$

$\frac{\omega}{\beta} = c \qquad \omega = 3 \times 10^8 \times 7,66 \times 10^6 = 2,3 \times 10^{15} \, rad/s$

$\vec{E} = 275 \sin(2,3 \times 10^{15} t - 7,66 \times 10^6 z) \, \hat{a}_x \, V/m$

c) $n_F = 1,48 \Rightarrow \frac{c}{v} = 1,48 \Rightarrow v = \frac{c}{1,48} = 2,03 \times 10^8 \, m/s$

$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2,3 \times 10^{15}}{2,03 \times 10^8} = 1,13 \times 10^7 \, rad/m$

$\eta_F = \sqrt{\frac{\mu_0^2}{\mu\varepsilon}} = \frac{\mu_0}{\sqrt{\mu_0\varepsilon}} = \mu_0 v = 4\pi \times 10^{-7} \, 2,03 \times 10^8 = 255 \, \Omega$

$\Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{255 - 377}{255 + 377} = -0,19 \qquad \tau = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} = 0,81$

$\vec{E}_R = -0,19 \times 275 \, \text{sen}(\omega t + \beta z) \, \hat{a}_x$

$\vec{E}_R = -52 \, \text{sen}(2,3 \times 10^{15} t + 7,66 \times 10^{6} z) \, \hat{a}_x \; V/m$

$\vec{E}_T = 0,81 \times 275 \, \text{sen}(\omega t - \beta z) \, \hat{a}_x$

$\vec{E}_T = 222 \, \text{sen}(2,3 \times 10^{15} - 7,66 \times 10^{6} z) \, \hat{a}_x \; V/m$

d) se $E_T = E_{0T} e^{-\alpha z} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{z} \ln \frac{E_{0T}}{E_T}$

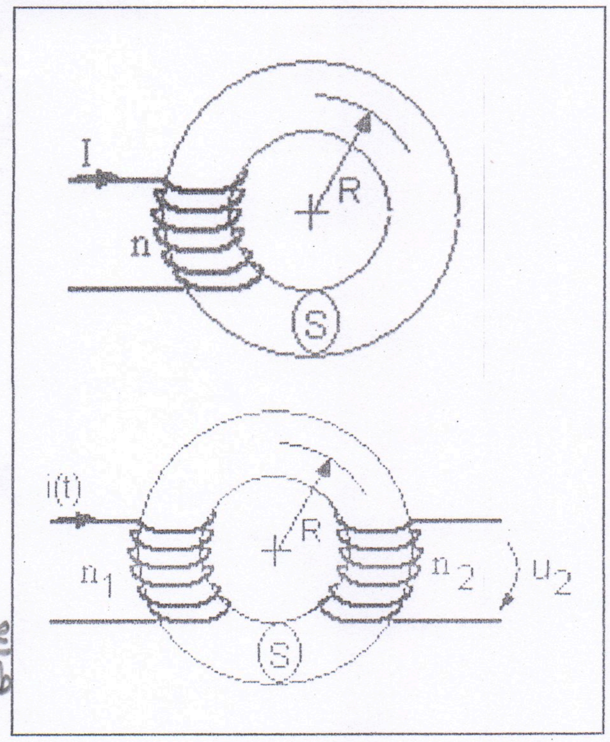
$3dB = 10 \log \frac{E_{0T}}{E_T} \Rightarrow \frac{E_{0T}}{E_T} = 10^{0,3} = 2$

$\alpha = 0,69 \times 10^{-3} \, m^{-1}$ $\quad \beta >> \alpha$ MEIO SEM PERDA

$\beta = 7,66 \times 10^{6} \, rad/m$

3) A primeira figura representa um circuito magnético constituído por um toro de material ferromagnético uniforme com permeabilidade magnética relativa μ_{Fe} =5000 em torno do qual se enrolaram *n*=300espiras de um fio condutor isolado, onde passa uma corrente de 5A; o toro tem o raio médio *R*=5cm, a seção reta uniforme *S*=0,75 cm^2 . Não existindo saturação, calcule:
$\mu_0 = 4\pi x 10^{-7}\ Hm^{-1}$

a) a relutância magnética total do núcleo;
b) o fluxo do campo magnético no toro;
c) o coeficiente de auto-indução da bobina;
d) a energia magnética armazenada no ferro;
e) Se a este núcleo enrolamos uma segunda bobina (Segunda figura) de 6000 espiras e fazemos a corrente na primeira bobina variar no tempo da forma i(t)=5sen(ωt) numa frequência de 60Hz, obtenha $u_2(t)$.



a) $R = \frac{l}{\mu S} = \frac{2\pi R}{\mu S}$

$R = \frac{2\pi \times 5\times10^{-2}}{5000\times 4\pi\times10^{-7}\times 0{,}75\times10^{-4}} = 6{,}7\times10^{5}\ \frac{Ae}{Wb}$

b) $f_{mn} = nI = 300\times5 = 1500\ Ae$

$\psi = \frac{f_{mm}}{R} = \frac{1500}{6{,}7\times10^5} = 2{,}25\ mWb$

c) $L = n\frac{\psi}{I} = 300\times\frac{2{,}25\times10^{-3}}{5} = 0{,}135\ H$

d) $W = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\,0{,}135\cdot5^2 = 1{,}7\ J$

e) $M = \frac{n_1 n_2}{R} = \frac{300\times6000}{6{,}7\times10^5} = 2{,}67\ H$

$u_2(t) = M\frac{di_1}{dt} = 2{,}67\times5\times\omega\cos\omega t$

$\omega = 2\pi\times60 = 377\ rad/s$

$u_2(t) = 5{,}0\cos(377t)\ KV$

4) Uma linha sem distorção, que opera em 100MHz, tem R=30 Ω/m, L=0,5 μH/m, C=100pF/m.

a) Determine γ, u e Z_0.

b) Que distância propagará a onda de tensão antes que a amplitude caia em 10%.

c) Podemos considerar esta linha de transmissão com perdas? Explique.

d) Se acoplarmos esta linha de transmissão à outra, sem perdas, com L=1,0 μH/m, C=200pF/m, escreva a expressão da onda de tensão incidente, onde V_0=50KV, da transmitida e da refletida.

a) $\boxed{\text{LINHA SEM DISTORSÃO}}$ $\quad \frac{R}{L} = \frac{G}{C} \Rightarrow G = \frac{RC}{L}$

$\omega = 2\pi \times 10^8$ rad/s

ENTÃO $G = \frac{30 \times 100 \times 10^{-12}}{0{,}5 \times 10^{-6}} = 6{,}0 \times 10^{-3}$ S/m

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{RG} + j\omega\sqrt{LC} = \sqrt{30 \times 6{,}0 \times 10^{-3}} + j\, 2\pi \times 10^8 \times \sqrt{0{,}5 \times 10^{-6} \times 10^{-10}}$$

$$\gamma = 0{,}48 + j\,4{,}4 \text{ m}^{-1}$$

$$u = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{0{,}5 \times 10^{-6} \times 10^{-10}}} = 1{,}4 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{0{,}5 \times 10^{-6}}{10^{-10}}} = 70{,}7\ \Omega$$

b) $V(z) = V_0 e^{-\alpha z} \Rightarrow z = \frac{1}{\alpha} \ln \frac{V(z)}{V_0} = \frac{1}{0{,}48} \ln\left(\frac{1}{0{,}9}\right)$

$z = 0{,}22$ m

c) $\alpha^2 \cong 0{,}23$ m^{-2} $\quad \beta^2 \cong 19$

α^2 É MENOR, MAS NÃO É MUITO MENOR DO QUE β^2, PODEMOS ENTÃO CONSIDERAR A LINHA COM PERDAS. CORROBORADO PELO RESULTADO DO ÍTEM b

d) NA LINHA SEM PERDA $R = G = 0$

ASSIM $Z_L = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{10^{-6}}{2 \times 10^{-10}}} = 70{,}7\ \Omega$

NA JUNÇÃO DA LINHA

$$\Gamma = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 0 \qquad \tau = \frac{2 Z_L}{Z_L + Z_0} = 1$$

O COEFICIENTE DE REFLEXÃO É ZERO, ENTÃO NÃO HÁ REFLEXÃO

O COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO É 1 ENTÃO A TRANSMISSÃO É TOTAL, ISTO É, A JUNÇÃO DAS DUAS LINHAS TÊM SUAS IMPEDÂNCIAS CASADAS

INCIDÊNCIA

$$V_I(z,t) = V_0 e^{-\alpha z} \operatorname{sen}(\omega t - \beta z)$$

$$V_I(z,t) = 50 e^{-0,42z} \operatorname{sen}(2\pi \times 10^8 t - 4,4 z)$$

$$V_R(z,t) = 0$$

$$V_T(z,t) = V_I(z,t)$$